

Теорема Виета

Использование теоремы Виета
при решении задач и уравнений

Куляпина Л.Ф
МАОУ «Лицей№5»

г. Пермь - 2017

Теорема Виета

По праву достойно в стихах быть воспета

О свойствах корней теорема Виета.

Что лучше, скажи, постоянства такого:

Умножишь ты корни - и дробь уж готова:

В числителе c , в знаменателе a ,

А сумма корней тоже дроби равна.

Хоть с минусом дробь - это что за беда -

В числителе b , в знаменателе a ?!

(И. Дырченко)

Содержание

- 1. Повторение (актуализация темы и определение проблемы, целеполагание).**
 - Квадратные уравнения
 - Неполные квадратные уравнения
 - Теоремы Виета
 - Приведенные квадратные уравнения
- 2. Применение теоремы Виета**
 - Решение уравнений
 - Разложение квадратного трехчлена и преобразования выражений
 - Решение задач
- 3. Домашнее задание**
- 4. Резюме**

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ где } a \neq 0$$

Число корней зависит от значения дискриминанта $D = b^2 - 4ac$.

$$D > 0$$

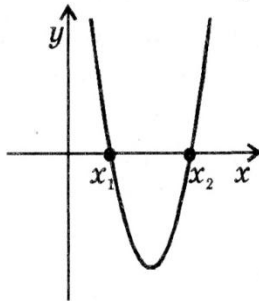
Уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}.$$

Парабола пересекает ось x в двух точках.

Замечание. Если b — четное число, для нахождения корней обычно используется формула

$$x_{1,2} = \frac{-b/2 \pm \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}$$

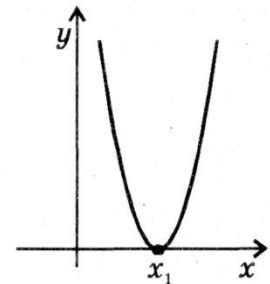


$$D = 0$$

Уравнение имеет один (двукратный) корень:

$$x_1 = \frac{-b}{2a}$$

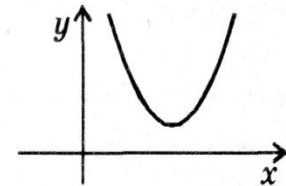
Парабола касается оси x .



$$D < 0$$

Уравнение не имеет корней.

Парабола не имеет общих точек с осью x .



НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$ax^2 + bx = 0, ax^2 + c = 0, ax^2 = 0$$

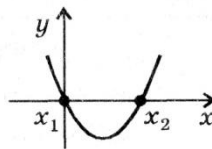
$$ax^2 + bx = 0, b \neq 0$$

Уравнение всегда имеет два корня. Решается с помощью разложения левой части уравнения на множители:

$$x(ax + b) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -\frac{b}{a}$$

Парабола пересекает ось x в двух точках, одна из которых является началом координат.

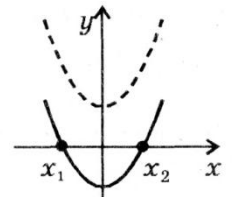


$$ax^2 + c = 0, c \neq 0$$

Уравнение не имеет корней, если знаки a и c совпадают; уравнение имеет два корня, если знаки a и c различны:

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}; x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

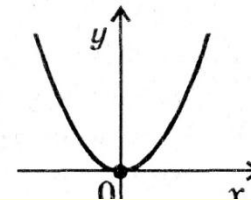
Парабола или не пересекает ось x , или пересекает ее в двух точках, симметричных относительно начала координат.



$$ax^2 = 0$$

Уравнение имеет один (двукратный) корень: $x_1 = 0$.

Парабола касается оси x в начале координат.



Теорема Виета для полного квадратного уравнения

1. Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то $x_1 + x_2 = -b/a$; $x_1 \cdot x_2 = c/a$.

2. Если x_1 и x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -b/a$, $x_1 \cdot x_2 = c/a$, то x_1 и x_2 являются корнями квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Приведенные квадратные уравнения

ФОРМУЛЫ ВИЕТА ДЛЯ КОРНЕЙ ПРИВЕДЕННОГО КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

$$x_1 + x_2 = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

Теоремы Виета часто используются для:

- Подбора корней без решения уравнения
- Определения знаков корней без решения уравнения (при условии $D \geq 0$) по следующим правилам:

	$p > 0$	$p < 0$
$q > 0$	Оба корня отрицательны	Оба корня положительны
$q < 0$	Корни имеют противоположные знаки	

История жизни и деятельности Ф.Виета

ВИЕТТ (Вьет) Франсуа (1540-1603), французский математик. Разработал почти всю элементарную алгебру. Известны «формулы Виета», дающие зависимость между корнями и коэффициентами алгебраического уравнения.

Заслуга Ф.Виета и в том, что он первый ввёл буквенные обозначения для коэффициентов в уравнениях, вывел закономерности при операции с векторами, решение иррациональных уравнений.



КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ где } a \neq 0$$

Следствия из теоремы Виета

Следствие 1	Следствие 2	Следствие 3
$a + b + c = 0$	$a + c = b$	
$x_1 = 1$ $x_2 = \frac{c}{a}$	$x_1 = -1$ $x_2 = -\frac{c}{a}$	Если x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0, c \neq 0$), то $\frac{1}{x_1}$ и $\frac{1}{x_2}$ - корни уравнения $cx^2 + bx + a = 0$

Практическая работа

Применение теоремы Виета к решению уравнений

Найдите корни уравнений (устно)

Вариант1

1. $x^2 - 6x + 8 = 0$

2. $x^2 + 4x - 45 = 0$

3. $x^2 - 6x - 27 = 0$

4. $237x^2 - 37x - 200 = 0$

5. $8x^2 + 7x - 1 = 0$

6. $8x^2 - 6x + 1 = 0$

Вариант2

1. $x^2 - 8x + 15 = 0$

2. $x^2 + 5x - 14 = 0$

3. $x^2 - 10x - 24 = 0$

4. $158x^2 + 160x + 2 = 0$

5. $17x^2 + 4x - 21 = 0$

6. $15x^2 - 8x + 1 = 0$

Практическая работа

Применение теоремы Виета к преобразованию выражений

Сократите дроби

Вариант1

1.
$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$$

2.
$$\frac{3x^2 - 2x - 1}{5x^2 - 4x - 1}$$

Вариант2

1.
$$\frac{x^2 - 10x + 16}{x^2 - 64}$$

2.
$$\frac{6x^2 + 7x + 1}{2x^2 + 3x + 1}$$

Решите уравнение
М.Л.Галицкий 5.74(б)

$$\frac{x^2 + 4x}{7x - 2} - \frac{12 - 42x}{x^2 + 4x} = 7$$

Применение теоремы Виета к нахождению значений симметрических выражений

М.Л.Галицкий 5.86(б)

Не вычисляя корней уравнения

$$2x^2 - 5x - 4 = 0,$$

найдите значение выражения

$$x_1 x_2^4 + x_2 x_1^4$$

Применение теоремы Виета к решению задач

В лицее № 5 создано несколько учебных кабинетов, объединенных в локальную сеть, причем каждый из них имеет связь с любым другим, который входит в состав домена. Сколько учебных кабинетов в сети, если количество линий связи равно 36? .

На стыке наук (геометрия)

Найдите периметр и площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 26 см, а один из катетов на 14 см меньше другого.

На стыке наук (информатика)

В какой системе счисления записано число, если известно его значение в десятичной системе счисления?

a) $363_q = 75$

b) $264_q = 180$

На стыке наук (экономика)

За два года количество безработных снизилось на 60%.
На сколько % снизилась безработица за 1 год, если во второй год снижение было в 2,5 раза больше, чем в предыдущий (в процентном отношении)?

Резюме

- Теорема Виета позволяет без решения уравнения подбирать его корни, что значительно экономит время.
- Теорема Виета позволяет исследовать квадратное уравнение и квадратичную функцию на предмет знака корней, что особенно важно для решения задач с параметрами
- Теорема Виета позволяет быстро решать прикладные задачи в технике, экономике, геометрии, информатике, физике и др.

**Каждый ученик должен знать теорему Виета
и применять её в практической деятельности**